



TITLE:

Markov Switching Model を用いた 日米の景気循環分析

AUTHOR(S):

中川, 満

CITATION:

中川, 満. Markov Switching Model を用いた日米の景気循環分析. 経済論叢 1997, 159(1-2): 71-86

ISSUE DATE:

1997-01

URL:

<https://doi.org/10.14989/45124>

RIGHT:

經濟論叢

第 159 卷 第 1・2 号

-
- 松下電器「協栄会」の歴史と現在……………下 谷 政 弘 1
- 異動をめぐる労使協議の変遷 (2)……………久 本 憲 夫 20
- ポスト冷戦と世界経済の融合化……………有 賀 敏 之 40
- 「プリティッシュ亜麻会社」の事業展開 (1) ……林 妙 音 57
- Markov Switching Model を用いた
日米の景気循環分析……………中 川 満 71
- 松下電器の流通政策における
専売制と現金取引の意義……………日 高 謙 一 87
- 戦時期「鐘紡グループ」と鐘淵実業の設立……………鄭 安 基 107

經濟論叢 第157卷・第158卷 総目録

平成9年1・2月

京都大學經濟學會

Markov Switching Model を用いた 日米の景気循環分析

中 川 満

は じ め に

〔Hamilton 1989〕は、米国の季節調整済みGNPに関して Markov Switching モデル（以下MSモデル）を適用し、NBERの景気循環の Turning Point とほぼ同じものを検出した。これに対して、〔Hansen 1992〕では、彼の行った SupLR 検定によると、MSモデルは、サンプリングエラーの結果、有意となっているにすぎないと結論し、かわりに Simple Switching モデル（以下SSモデル）を有意とした。これに対して、〔Goodwin 1993〕は、OECD 8ヶ国の季節調整済み実質GNPに対して、MSモデルを適用して、各国に関して循環を検出するとともに、〔Hansen 1992〕のARモデルとMSモデルの違いがサンプリングエラーのため区別できないという結論を支持した。

ただし、これらの研究は、季節調整とMSの関連については、まったく考察していない。しかし、原系列にMSモデルを適用すると明らかなように、MSモデルは季節性を敏感に拾い上げてしまう。従って、季節調整の問題は、MSモデルの適用においては、critical である。

本論文では、〔Goodwin 1993〕よりも前後に延長されたデータに対して、MSモデル、及び、SSモデルを適用して、日本と米国のGNPに関して分析を行った。この目的は、1) 季節調整の問題がMSモデルに引き起こす問題を、四半期成長率モデルと年成長率モデルを推定することで明らかにする、2)

〔Goodwin 1993〕と期間及び推定アルゴリズムを変えたときの推定結果の比

較, 3) MSモデル, ARモデル, SSモデルの間の検定を SupLR 検定でなく J-Test を用いて行い, 比較するである。

本実証分析の結果, 季節調整は, 日本・米国とも十分行われておらず, 四半期モデルは不適切で, 年率成長率モデルの方が妥当であることが分かった。年率モデルに基づくと, 米国は Markov Switching であり, 日本は Markov Switching というよりも, 遷移確率が状態によらない SSモデルに近く, 低成長率の吸収的状态を持つことが推測される。すなわち, 日本に関しては1976年以降低成長経済に移行したことが統計モデルに基づいて示された。なお, 四半期モデルの結果を述べておけば, ARとの区別においては, 米国に関しては [Hansen 1992], [Goodwin 1993] と一致し, 日本に関しては, [Goodwin 1993] と異なり, J-Test では, 「ARでない」を棄却できなかった。

本論文の構成は以下の通りである。第1章においてモデルの概略を示し¹⁾, 第2章では, 実証モデルの概要とMSモデルの推定アルゴリズムを示す。第3章では, その推定と検定の結果をしめす。第4章では, [Goodwin 1993] との比較を行う。第5章では, 本分析の結論を述べる。第6章では, 構造変化の検出に関して論ずる。第7章では, 本分析の結果判明したMSモデル推定上の問題についてふれる。

I MSモデルの概要

MSモデルの一般型に関しては, 様々な定式化があるが, 例として [Garcia 1995] による定式化を紹介する。MSモデルとは, y_t が以下のような方程式系に従うモデルである。

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 S_t + z_t$$

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_r z_{t-r} + (\omega_0 + \omega_1 S_t) \varepsilon_t$$

$$P(S_t = 0 | S_{t-1} = 0) = p$$

$$P(S_t = 1 | S_{t-1} = 1) = q \quad (t = 1, \dots, h)$$

1) 今日までのMSモデルの発展を含めた詳細なサーベアーは, [中川 1996] 参照。

ただし、 $\{y_t\}$ は定常確率過程。 ε_t は i.i.d. で $N(0, 1)$ 。

以後、 p, q を遷移確率、 S_t を Markov 状態変数と呼ぶ。

このモデルは状態空間モデルの一種である。すなわち、第一の方程式は、観測方程式である。そして、下の3つの方程式が状態遷移方程式を形成している。ここで、 S_t は 1, 0 の値を取る Markov 状態変数である。もうひとつの状態変数は、 z_t である。これは、AR(r) に従うが、その攪乱項の標準偏差は、 S_t にしたがって上下する。また、Markov 状態変数 S_t は、観測値のレベルをも左右する。この S_t をレジームと呼び、政策変更、構造変化や市場マインドの変化（シフト、スイッチ）をしめす指標と考えられている。

このモデルの特徴は、レジームシフト（状態遷移）に関わる確率項が離散状態・離散時間 Markov 連鎖に従う点である。もちろん、Markov 連鎖は、ガウス系ではないから、モデルは非線形となる²⁾。

Markov 連鎖がしめす軌跡は、再帰的、循環的、吸収的の三つに分かれる。前2者に対応して、景気循環やマーケット心理の変化のような循環的運動が記述でき、最後に対応して、構造変化が記述できる。

また、もしレジームシフトを構造変化と対応させるならば、それを内生的にとらえているという点も特徴の一つとなる。この点を従来の構造変化を捉えるモデル、例えば、ダミー変数を利用した方法と比較すると、ダミー変数の場合、推定に先立ってダミー変数を変化させるタイミングを、先験的に与えなければならないのに対して、MSモデルではその必要がない。だから、少なくとも構造変化の発生した時点に関しては、モデルから内生的に説明することができる。すなわち、ダミー変数のオン・オフのタイミングの設定に関する恣意性を排除できるのである。これは、Markov 連鎖という法則に従って、構造変化が発生するからである。

推定法は、EM アルゴリズムを使用した疑似ベイズ法によるもの

2) このため、Kalman Filter をかけた後、最尤法に持ち込むという定石は、そのままでは、利用できない。

([Hamilton 1994]), 最尤法を用いるもの ([Gable et al. 1995]), Dynamic Programming 法によるもの ([Kim, I. 1993]), MCMC 法によるもの ([Albert, Chib 1993]) が提案されている。

MSモデルの検定に関しては、帰無仮説をARモデルや後に述べるSSモデルにとると、状態遷移確率が nuisance parameter となってしまう。そのため、検定における漸近正規性が成立しなくなってしまう。ところが、nuisance parameter の存在のために、LR検定の正則条件が成立しない。同様に、LM検定、Wald 検定も使用できない³⁾。この場合の尤度比の分布は、漸近的には0に退化すると考えられている。従って、十分大きな観測値数に対しては、真の分布は自由度1のカイ二乗分布によって確率優越される。

この問題に対して、[Hansen 1992a] は、[Davies 1977] に示されている Empirical Process Theory を適用して、尤度比を標準化した統計量の従う分布に確率的に優越する分布の critical value をもちいた Boundary Test⁴⁾、すなわち、SupLR 検定を採用した。しかし、これは計算量が膨大になるため本実証では採用しない。代わりに、[Garcia, Perron 1995] の用いている、J-Test を採用している⁵⁾。

II モデルの概要と推定法

1. モデルの概要

変数 y_t としては、日本、及び、アメリカのGNP（周期は四半期で、季節調整済み実質値）をとった。日本に関しては、データ系列は、1955年第2四半期から1995年第2四半期までである。アメリカに関しては、1947年第2四半期

3) 以上の説明は、[Hansen 1992a] による。

4) 従って、最強力検定ではない。

5) 本論文では、J-Test を用いた。なお、J-Test は、Non-Nested タイプの仮説検定に使用されるが、AR(4)を帰無としてMS(4)を対立とすると、nuisance parameter の存在によって、尤度関数上には帰無仮説下では現れてこないパラメータがあるので、名目的にはNestedモデルだが、実質的にはNon-Nestedモデルと考えるのである。対立仮説が真の場合、 $n \rightarrow \infty$ のときに、帰無仮説を棄却する確率が1に近づくことが知られている。

から1995年第2四半期までである。日本のデータに関しては、日経 NEEDS から、アメリカのデータに関しては、BCI⁶⁾ から取得した。

これらのデータに対して、以下の Hamilton 型MSモデルを適用した⁷⁾。

$$\begin{aligned}\Delta \ln y_t - \mu_{s^*t} &= \phi_1(\Delta \ln y_{t-1} - \mu_{s^*t-1}) + \phi_2(\Delta \ln y_{t-2} - \mu_{s^*t-2}) \\ &\quad + \phi_3(\Delta \ln y_{t-3} - \mu_{s^*t-3}) + \phi_4(\Delta \ln y_{t-4} - \mu_{s^*t-4}) + \varepsilon_t \\ \Pr(S_t^* = 0 \mid S_{t-1}^* = 0) &= p \\ \Pr(S_t^* = 1 \mid S_{t-1}^* = 1) &= q \\ \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma^2)\end{aligned}$$

また、季節調整のうち smoothing が不適切に行われている可能性も考えて、次の代替的モデルも推定した。

$$\begin{aligned}\Delta \ln y_t - \mu_{s^*t} &= \phi_1(\Delta \ln y_{t-1} - \mu_{s^*t-1}) + \phi_2(\Delta \ln y_{t-2} - \mu_{s^*t-2}) \\ &\quad + \phi_3(\Delta \ln y_{t-3} - \mu_{s^*t-3}) + \phi_4(\Delta \ln y_{t-4} - \mu_{s^*t-4}) + \varepsilon_t \\ \Pr(S_t^* = 0 \mid S_{t-1}^* = 0) &= p \\ \Pr(S_t^* = 1 \mid S_{t-1}^* = 1) &= q \\ \varepsilon_t &\sim N(0, \sigma^2)\end{aligned}$$

この場合は、観測変数として、日本は原系列、アメリカは季節調整済み系列を使用した⁸⁾。

2. 推定法

基本的には、疑似ベイズ⁹⁾ 法によった。これは、計算資源が限られているため¹⁰⁾、MCMC や Dynamic Programming 法が使用できなかったためである。

また、このため Hansen や Garcia の検定は行わなかった。

なお、このプログラムは、GAUSS-386I VM 3.1.5、及び、GAUSSX 3.3

6) Business Cycle Indicators の略。

7) ただし、AR係数に関してはレジームシフトの影響を受けないとした。

8) 季節差分を取る場合は、季節調整済みデータでも原系列でも問題がないことが分かっている。

9) 遷移確率の推定には、EMアルゴリズムを使用する。

10) 浮動小数点演算装置付 i486 (33MHz) を使用。

(02) を使用して実行した。

III 推 定 結 果

GNP四半期率成長率に関する推定・検定結果は表1の通りである。Log L は最大対数尤度, ϕ_i は ϕ_i , μ_i は μ_i , σ は σ , J-TEST (AR) は, MS (4) と AR (4) に関する J-TEST における帰無を AR (4) でないとしたときの漸近 t 値, J-TEST (SS) は, 帰無を SS でないとしたときの漸近 t 値, LR AR は, 帰無を AR (4) としたときの尤度比の二倍, LR SS は SS モデルを帰無としたときの尤度比の二倍である。グラフの横軸の下2桁は, 四半期を表し, それ以上の桁は, 年を表す。

この結果, GNP に関しては, 日本は SS モデルに従い, アメリカは MS モデル¹¹⁾ に従うことが分かる。但し, アメリカに関する J-Test は, 有意水準 5%, 及び, 1% で「AR (4) でない」という仮説は棄却された¹²⁾ ので, さらにアメリカ GNP に関する Specification を改善する必要がある。日本に関しては, スイッチの頻繁さから, これも Specification に問題がある可能性がある。

図1は, 日本のGNP成長率が高成長状態にあるかについての条件付き確率をグラフに表したものである。図2は, 同様のものをアメリカについて示している。図3は, 日本, 図4はアメリカの今後のGNP成長率予測値である。96年度の年率成長率の予測値は, 日本が2.4%, 米国が3.9%である。

次に同じくGNPの年率成長率をMSモデルで分析してみた結果を表2に示す。こちらでは, 日本に関しては「Simple Switching でない」という帰無仮説は, 5%では棄却されるが, 1%では棄却されない。従って, 日本は吸収的な状態を持った Simple Switching で, 米国は Markov Switching に見える。

11) 米国に関しては, 5%有意水準では, 「SSモデルでない」という帰無仮説が棄却される, 1%有意水準では, 棄却できない。

12) この場合, 観測値が多いので, 正規分布のパーセンタイルを近似的に用いて検定できる。

表1 日米GNP四半期成長率に関する推定・検定

| | JAPAN | USA |
|-------------|--------------|--------------|
| log L | -133.28 | -144.83 |
| phi 4 | 0.12 (0.07) | -0.60 (0.06) |
| phi 3 | 0.75 (0.06) | 0.26 (0.08) |
| phi 2 | 0.51 (0.06) | -0.05 (0.08) |
| phi 1 | -0.49 (0.07) | 0.83 (0.06) |
| mu 0 | 0.78 (0.49) | -0.01 (0.07) |
| mu 1 | 2.73 (0.49) | 1.94 (0.08) |
| sigma | 0.52 (0.03) | 0.47 (0.03) |
| p | 0.45 | 0.76 |
| q | 0.44 | 0.69 |
| J-TEST (AR) | 0.85 | 3.60 |
| J-TEST (SS) | 16.36 | 2.36 |
| LR AR | 107.65 | 200.50 |
| LR SS | 0.00 | 40.11 |

表2 日米GNP年間成長率に関する推定・検定

| | JAPAN | USA |
|-------------|--------------|--------------|
| log L | -206.61 | -182.50 |
| phi 4 | -0.30 (0.06) | 0.07 (0.07) |
| phi 3 | 0.03 (0.06) | 0.05 (0.12) |
| phi 2 | 0.52 (0.06) | -1.05 (0.11) |
| phi 1 | 0.67 (0.06) | 1.78 (0.06) |
| mu 0 | 3.63 (0.07) | 3.15 (0.34) |
| mu 1 | 6.74 (0.07) | 5.08 (0.34) |
| sigma | 0.86 (0.07) | 0.56 (0.04) |
| p | 0.93 | 0.82 |
| q | 0.81 | 0.74 |
| J-TEST (AR) | 1.17 | -1.87 |
| J-TEST (SS) | -2.12 | -1.74 |
| LR AR | 121.32 | 186.81 |
| LR SS | 22.84 | 4.50 |

図1 日本の高成長率状態の条件付き確率

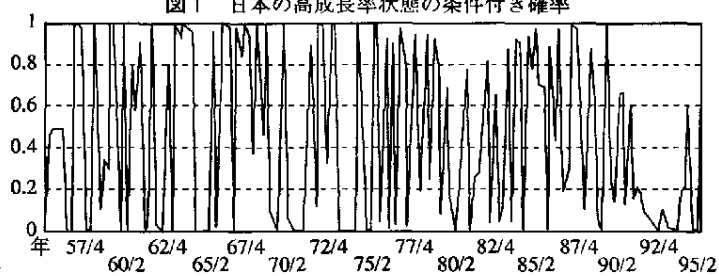


図2 米国四半期高成長率の状態の条件付き確率

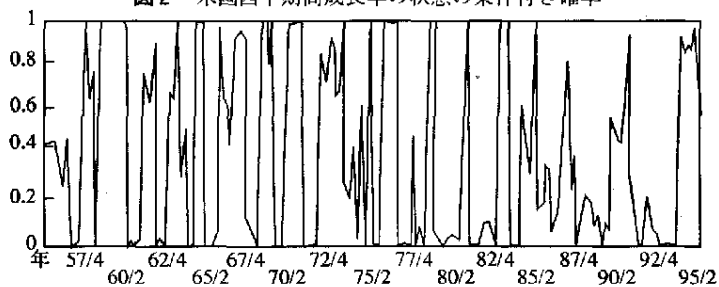


図3 日本のGNP成長率予測

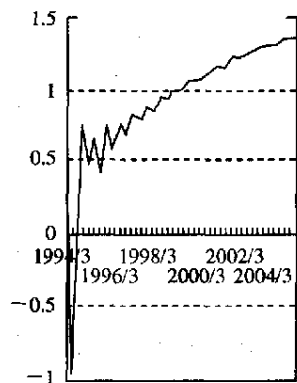
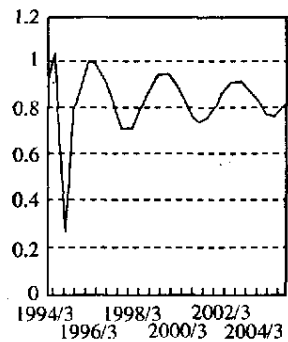


図4 米国のGNP成長率予測



J-Test は、いずれも AR (4) でないという帰無仮説を 5 % および 1 % で棄却できない。

IV [Goodwin 1993] との比較

[Goodwin 1993] は、Hamilton Model の追試を行っている。これは、アメリカに関しては、1957 : 2 ~ 1990 : 1, 日本に関しては 1957 : 2 ~ 89 : 3 のデータを元にその四半期成長率を分析したものである。比較においては、私の四半期成長率モデルの方を用いた。

これをみると、係数が大きく異なっている。しかし、本実証分析のプログラムで Goodwin の対象とした期間を分析すると、Goodwin の標準誤差 $\times 2$ の範囲に収まった。従って、推定値の違いは、MS モデル自身の問題点によるものであると結論できる。

すなわち、対象期間が変わると係数が大きく変化することである。また、景気循環の期間も日本に関しては、大きく変わっている。また、この点に関しては、[Goodwin 1993] が行っている Nyblom の安定性テストでも、通常の AR モデルよりも安定性に問題があることが示されている。

また、検定結果に関しては、米国に関しては、一致したが、日本に関しては、

表 3 [Goodwin 1993] との比較

| | Japan | | | | USA | | | |
|-------|---------|--------|----------|--------|---------|--------|----------|--------|
| | Goodwin | stderr | Nakagawa | stderr | Goodwin | stderr | Nakagawa | stderr |
| mu 0 | -0.25 | 0.12 | 0.78 | 0.49 | -0.39 | 0.39 | -0.01 | 0.07 |
| mu 1 | 1.63 | 0.86 | 2.73 | 0.49 | 1.06 | 0.34 | 1.94 | 0.08 |
| p | 0.98 | 0.03 | 0.45 | | 0.94 | 0.003 | 0.76 | |
| c | 0.64 | 0.30 | 0.44 | | 0.73 | 0.15 | 0.69 | |
| sigma | 1.17 | 0.09 | 0.52 | 0.03 | 0.77 | 0.06 | 0.47 | 0.03 |
| phi 1 | -0.12 | 0.11 | -0.49 | 0.07 | 0.076 | 0.11 | 0.83 | 0.06 |
| phi 2 | 0.29 | 0.86 | 0.51 | 0.06 | 0.046 | 0.11 | -0.05 | 0.08 |
| phi 3 | 0.28 | 0.12 | 0.75 | 0.06 | -0.16 | 0.095 | 0.26 | 0.08 |
| phi 4 | 0.21 | 0.13 | 0.12 | 0.07 | -0.062 | 0.092 | -0.6 | 0.06 |

一致しなかった。これは、Goodwin が推定した低成長期が、第一次オイルショック時のみということと関連している。つまり、バブル崩壊後の数年の存在によって、低成長期が別の状態として認識できるようになったからである。

V 分析の結論

四半期成長率モデルと年率モデルのいずれが妥当かであるが、季節調整がわずかでも不適当になっている場合には、MSモデルは季節性をスイッチと誤認することになってしまう可能性があるが、四半期成長率モデルの日本側は、頻繁なスイッチを示しており、これが発生したと見られる。また、四半期成長率モデルの米国側も J-Test で AR でないという帰無仮説が棄却される。これは、MSモデルの示す循環が、ARモデル自身が示す循環と相関を持っていることから、MSモデルとARモデルの区別が付かないことによるものと考えられ

る¹³⁾。年成長率モデルでは、ARでないを棄却できないので、両者が十分分解できていると考え、こちらも年率成長率モデルを採用する。

その結果、米国のGNP成長率はMSモデルに従い、日本のGNP成長率は、SSモデルに従うことになる。そして、日本に関しては長期的に見るとオイルショック以降成長に構造変化したことが、年率成長率に関するMSモデルの推定による図5からいえる。その移行期は、1976年第2四半期前後と考えられる。

表4 1977年以後の
GNP成長率に関する結果

| | JAPAN |
|-------------|--------------|
| log L | -38.53 |
| phi 4 | -0.48 (0.09) |
| phi 3 | 0.41 (0.11) |
| phi 2 | 0.17 (0.11) |
| phi 1 | 0.82 (0.09) |
| mu 0 | 3.06 (0.63) |
| mu 1 | 4.37 (0.64) |
| sigma | 0.36 (0.04) |
| p | 0.68 |
| q | 0.75 |
| J-Test (AR) | -2.36 |
| J-Test (SS) | -0.30 |

13) これは、[Hamilton 1990]、及び、[Hansen 1992a]でも指摘されている。

VI 構造変化の分析

構造変化の検定は、前述の通り、吸収状態の存在、すなわち、遷移確率が0または、1となることの検定となる。しかし、この検定は、正則条件違反のため、むづかしい。従って、図5のグラフにおいて、20年近く、すなわち、80期にわたって、低成長状態が継続していることから、構造変化が発生しているとみなすのである¹⁴⁾。また次のように考えることもできる。構造変化が存在した場合、吸収する方の状態の持続する確率は、実際の持続確率より過大に評価される。ところが、MSモデルでの推定値、 $p=0.93$, $q=0.81$ であるが、実際はSSモデルであるので、実際の持続する確率 p , q は等しい。ということは、 p が過大評価されているか、 q が過小評価されているかである。ところが、図5の条件付確率のグラフからは、 q 、すなわち、高成長状態の持続確率が過大評価されているとは考えづらい。従って、 p が過大評価されていて、吸収状態は低成長側となり、そのように構造変化していると考えるのである。

構造変化を所与として、構造変化後の景気循環パターンの検出も行った。方法は、上記で検出した構造変化後の期間に関して、再びMSモデルを適用するものである。この方法は、自由度がきわめて低くなるために、非線形モデルの推定としては問題があるが、参考として行った。その結果は、表4の通りである。略号等は、前章までと同じである。

まず、検定の結果であるが、「ARモデルでない」との帰無仮説は、5%では、棄却され、1%で棄却されなかった¹⁵⁾。また、「SSモデルでない」との帰無仮説は、5%で棄却されなかった。したがって、ARモデルとの区別が問題となるが、図9の条件付き確率のグラフが、少なくとも第2次オイルショック

14) また、3状態の単純型MSモデルを用いても推定を行ったが、この結果は、構造変化と整合的ではなく、ほとんど2状態のみが有為になる結果となった。単純型を使用したのは、Hamilton型では3状態となると切片の可能性が $3^3=243$ 通りとなり、観測値数を超えてしまうからである。しかし、単純型MSモデルの表現力の乏しさがこのような結果となったのかもしれない。

15) $t(70)$ の0.95パーセンタイルは、1.99、0.99パーセンタイルは、2.65である。

図5 日本の高年率成長率の状態の条件付き確率

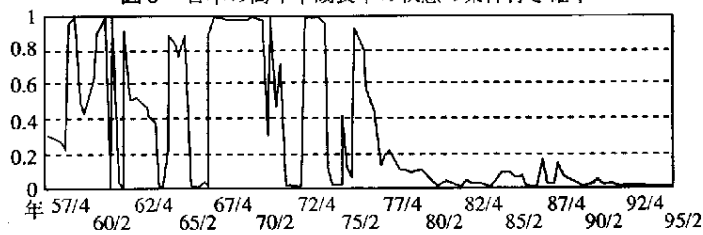


図6 米国の高年率成長率状態の条件付き確率

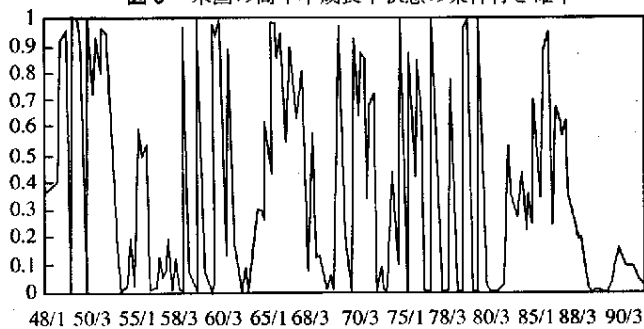


図7 日本年率GNP成長率予測

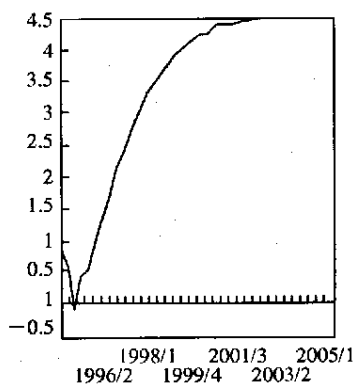


図8 米国年率GNP成長率予測

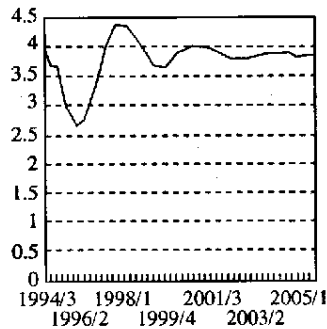


図9 1997年以後のGNP年高成長率状態の条件付き確率

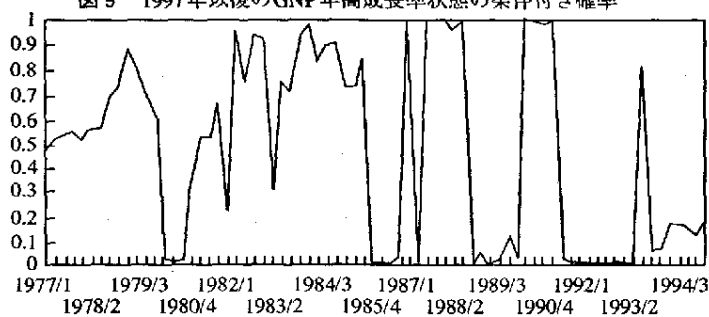
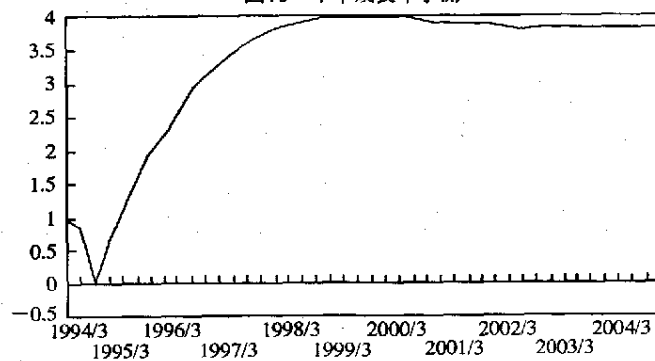


図10 年率成長率予測



ク、円高不況、バブル崩壊、1993年の一時的景気回復を示していることから、このMSモデルは、構造変化後の景気循環を表現していると考えことにする。

VII 問題点と今後の課題

まず、日本の四半期モデルで発生した、季節変動とレジームスイッチの誤認の問題である。これに関しては、変動遷移確率モデルの適用や妥当な季節調整法の発見が課題である。

次に、本実証分析で、日本のGNP四半期成長率がレジームスイッチを頻繁に繰り返して、かつ、予測値の振る舞いから分かるようにARパラメータ

が単なる収束列を示していたのと対照的に、米国では、レジームスイッチはそう頻繁ではなく、12四半期程度の循環をARパラメータが示しているのが検出されたのにも現れている。問題は、このような特徴が、真の構造の違いを表しているのか、単なるサンプリングエラーや推定量を求める上での失敗を表すのかの判断である。この点一層詳しく分析する必要がある。

また、本実証分析で使用した二状態MSモデルの問題点についてもふれる。二状態の Markov 連鎖の場合、厳密に循環系になるのは、 $p=q=0$ のみであり、このため、表現できる確率パターンが限られている。特に、一部の予測値の振る舞いから分かるように、予測においてかなり早く定常分布に収束するケースが多い。したがって、もっと多様な動学特性を示すためには、多状態のMSモデルを推定する必要がある。しかし、多状態の場合になればなるほど、Hamilton 型モデルでは、スイッチの対象となる方程式の種類が多くなり、したがって、最尤法の困難のひとつである演算時のけた落ちの問題が激しくなってしまう。

計算上は、最尤推定量の信頼性の確保の問題がある。つまり、MSモデルでは、局所最適点が多数存在することがある。従って、大域最適化法である Homotopy 法や、Resampling 法の一つである MCMC 法の適用を検討する必要がある。また、少ない計算量での推定法の発見も不可欠である。

結 論

本論文においては、MSモデルのサーベイとそれを使用した実証分析を行った。実証分析では、日本とアメリカの景気循環が異なる循環パターンによることがわかった。しかし、日本においては、循環性が弱く、アメリカでは循環性が強いという結果については、さらに推定、検定方法を精緻化し、分析する必要がある。

参考文献

(mimeo. 文献のうち Internet で入手可能なものは, * をつけた)

- Albert, J. H. and S. Chib (1993). *Bayes Inference via Gibbs Sampling of Autoregressive Time Series Subject to Markov Mean and Variance Shifts*. Journal of Business and Economic Statistics **11** (1): 1-15.
- Davies, R. B. (1977). *Hypothesis Testing When a Nuisance Parameter Is Present Only under the Alternative*. Biometrika **64**: 247-54.
- Elliott, R., L. Aggoun et al. (1994). *Hidden Markov Models: Estimation and Control*, New York, Springer-Verlag.
- *Gable, J., S. van Norden, et al. (1995). *Analytical Derivatives for Markov Switching Models*. Bank of Canada. mimeo.
- *Garcia, R. (1995). *Asymptotic Null Distribution of the Likelihood Ratio Test in Markov Switching Models*. Mimeo., Universite de Montreal, Centre de recherche et developement en economique. 1095. mimeo.
- Garcia, R. and P. Perron (1995). *An Analysis of the Real Interest Rate under Regime Shifts*, Review of Economics and Statistics, Forthcoming.
- Goodwin, T. H. (1993). *Business Cycle Analysis with a Markov-Switching-Model*. Journal of Business and Economic Statistics **11**: 331-39.
- Hamilton, J. D. (1989). *A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle*. Econometrica **57**: 357-84.
- Hamilton, J. D. (1990). *Analysis of Time Series Subject to Changes in Regime*. Journal of Econometrics **45** (1-2): 39-70.
- Hamilton, J. D. (1991). *A Quasi-Bayesian Approach to Estimating Parameters for Mixtures of Normal Distributions*. Journal of Business and Economic Statistics **9**: 27-39.
- Hamilton, J. D. (1993a). *Estimation, Inference, and Forecasting of Time Series Subject to Changes in Regime*. in Handbook of Statistics **11**. G. S. Maddala, C. R. Rao and H. D. Vinod (ed.). New York, North-Holland.
- Hamilton, J. D. (1996). *Specification Testing in Markov-Switching Time Series Models*, Journal of Econometrics **70** (1): 128-158.
- Hamilton, J. D. (1993b). *State-Space Models*. in Handbook of Econometrics **4**. R. Engel and D. McFadden (ed.). New York, North-Holland.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton, Princeton University Press.

- Hansen, B. E. (1992a). *The Likelihood Ratio Test under Non-Standard Condition: Testing the Markov Switching Model of GNP*. Journal of Applied Econometrics 7 (0): 561-82.
- Kim, C.-J. (1994). *Dynamic Linear Models with Markov-Switching*. Journal of Econometrics 60 (1-2): 1-22.
- Kim, I.-M. (1993). *A Dynamic Programming Approach to the Estimation of Markov Switching Regression Models*. Journal of Statistics, Computation, and Simulation. 45: 61-76.
- 中川 満 (1996) *Markov Switching Model* を用いた景気循環分析, 京都大学大学院経済学研究科修士論文。